

ETUDE DE LA DIFFUSION DE LA CHALEUR EN AVAL D'UNE SOURCE LINEAIRE PLACEE DANS UNE COUCHE LIMITE TURBULENTE

P. PARANTHOEN et M. TRINITE

Laboratoire de Thermodynamique, L.A. au C.N.R.S. 230, Faculté des Sciences et des Techniques de Rouen,
 B.P. 67, 76130 Mont-Saint-Aignan, France

(Reçu le 15 mars 1979 et dans une forme modifiée le 1 décembre 1980)

Résumé—Les températures moyennes ont été mesurées en aval d'une source linéaire de chaleur située dans une couche limite turbulente. La source a été placée successivement à quatre distances de la paroi. L'analyse des résultats expérimentaux indique une forte influence de la position de la source sur la diffusion. L'évolution longitudinale des températures moyennes maximales est en bon accord avec les résultats de Shlien et Corrsin [38]. Le nombre de Prandtl turbulent lagrangien

$$Pr_L = \left\{ \frac{U_e}{v_t} \frac{1}{2} \frac{\partial(Y - \bar{Y})^2}{\partial x} \right\}$$

est compris entre 0,8 et 1,7. Nous avons noté une différence entre Pr_L et le nombre de Prandtl turbulent

$$Pr_t = \left\{ - \frac{\overline{\theta'v'}}{v_t} \frac{1}{\partial\theta/\partial y} \right\}^{-1}$$

lorsque la source est située près de la paroi. L'échelle intégrale lagrangienne a été trouvée du même ordre de grandeur que l'échelle de cohérence de la fluctuation verticale de vitesse dans un repère convecté.

NOMENCLATURE

$x,$	distance le long de la plaque;
$\Delta x,$	distance le long de la plaque (origine à la position de la source);
$y,$	distance normale à la paroi;
$U, V,$	composante longitudinale, verticale de la vitesse;
$u', v',$	composante longitudinale, verticale de la fluctuation de vitesse;
$\theta,$	écart de température;
$\theta',$	fluctuation de température;
$u_w,$	vitesse de frottement;
$\delta,$	épaisseur de la couche limite dynamique;
$\delta_1,$	épaisseur de déplacement;
$\delta_2,$	épaisseur de quantité de mouvement;
$y_{\max},$	position où le profil de température est maximum;
$y^{0.5},$	position où $\bar{\theta} = \bar{\theta}_{\max}/2$;
$\rho,$	masse volumique;
$C_p,$	chaleur massique;
$\nu,$	viscosité cinématique;
$k,$	diffusivité;
$Q,$	quantité de chaleur émise par le fil source par unité de temps par unité de longueur;
$q,$	exposant de la loi en puissance ($y_{0.5} - y_{\max}) = f(\Delta x)$;
$p,$	exposant de la loi $\bar{\theta}_{\max} = g(\Delta x)$;
$\bar{y}_t,$	centroïde;
$(Y - \bar{Y})^2,$	variance caractérisant la dispersion des particules.

Indices

$\bar{\quad},$	valeur moyenne;
'	fluctuations;
$e,$	écoulement libre;
$p,$	paroi;
$o,$	se rapportant à l'abscisse du fil source;
$t,$	turbulent;
$L,$	lagrangien.

1. INTRODUCTION

UN DES aspects les plus caractéristiques des écoulements turbulents réside dans leur possibilité de disperser efficacement toute quantité scalaire qui leur est ajoutée. Ce problème de la diffusion d'un scalaire passif par un champ turbulent revêt une grande importance aussi bien du point de vue fondamental que du point de vue des applications industrielles: mélange turbulent, dispersion des polluants dans l'atmosphère, contrôle des réactions chimiques. ...

Le travail théorique sur la diffusion turbulente s'est orienté dans deux voies principales: la théorie des transferts et la théorie statistique. La première méthode suppose l'analogie entre le mouvement moléculaire et le mouvement turbulent en introduisant un coefficient de diffusion turbulente. L'utilisation d'un modèle de transport du 'type gradient' est peu appropriée. Batchelor [1] puis Corrsin [2-4] ont montré la limite de tels modèles. La seconde méthode introduite par Taylor [5] dans le cas d'une turbulence homogène et isotrope permet de relier les caractéristiques de la

dispersion aux fonctions statistiques lagrangiennes du mouvement turbulent. Dans le cas d'écoulements turbulents plus complexes, cette théorie est plus délicate à envisager. Batchelor [6, 7], Ellison [8], Gifford [9], Cermak [10] ont introduit la théorie de la similitude lagrangienne dans le cas de la diffusion turbulente à l'intérieur d'une couche limite. D'après Chatwin [11], cette théorie ne peut s'appliquer que dans un problème transitoire.

Des études théoriques plus fondamentales sur ce sujet ont été réalisées par Tennekes et Lumley [12, 13], Monin et Yaglom [14] et Kranenburg [15].

Les difficultés rencontrées pour formuler un modèle théorique de la diffusion turbulente ont beaucoup encouragé le travail expérimental.

C'est en turbulence de grille que l'on trouve le plus grand nombre de résultats expérimentaux : Schubauer [16], Simmons (cité par Taylor [17], Collis [18], Uberoi et Corrsin [19] et Shlien et Corrsin [20]). Toutes ces mesures étaient réalisées dans le but de déterminer avec précision le coefficient de corrélation lagrangien. Townsend [21] essaie de déceler une accélération de la diffusion due à l'interaction du mouvement turbulent et de la conduction moléculaire. Batchelor et Townsend [22], Saffman [23] étudient théoriquement cette interaction qui s'opposait à l'hypothèse formulée par Taylor [5] d'une indépendance entre la diffusion turbulente et moléculaire. Des vérifications expérimentales de ces théories restèrent vaines, la dispersion des points de mesures étant à chaque fois du même ordre que l'écart recherché.

Un certain nombre d'études ont été réalisées dans des tuyaux en régime établi. Flint, Khada et Hanratty [24], Lee et Brodkey [25]; Becker, Rosenweig et Gwodz [26]; Crum et Hanratty [27]. Outre la détermination des caractéristiques de la dispersion turbulente, des mesures de la variance des fluctuations sont réalisées. On note dans ces études la volonté de caractériser le mélange réalisé par la turbulence.

La relative simplicité qui existait lorsque la source était placée dans une turbulence de grille disparaît dans le cas des jets. Corrsin et Uberoi [28] (jet libre); Mazel [29]; Hinze et Van der Heggezijnen [30] (jet plan).

Les premières mesures réalisées en couche limite par Skramstad et Schubauer [31] indiquaient que les profils de température mesurés étaient dissymétriques, avec un étalement plus grand vers l'extérieur de la couche limite. La zone explorée était limitée à $\delta_0/2$ (δ_0 épaisseur de la couche limite à l'emplacement de la source). Wieghardt [32] mesurait les profils de température en aval d'une source ponctuelle (ou linéaire) située à la paroi. La zone d'étude correspondait approximativement à $20\delta_0$.

A partir de 1960, nous observons la mise en route d'études expérimentales motivées par un besoin de compréhension des problèmes de diffusion atmosphérique. La plus importante de ces études, réalisée par Poreh et Cermak [33] étudiait la dispersion du gaz ammoniac NH_3 émis par une ligne source située à la

paroi. La zone étudiée s'étendait jusqu'à $100\delta_0$ de la source. La concentration de NH_3 était mesurée par colorimétrie (précision 10%). Les auteurs proposaient une description du processus de diffusion en utilisant quatre zones :

- la zone initiale près de la source où l'on a de très grands gradients de vitesse et de concentration ;
- la zone intermédiaire où le champ de concentration est complètement 'submergé' dans la couche limite ;
- la zone 'transitoire ;
- la zone finale qui est un état asymptotique où la dispersion est limitée par la croissance de la couche limite.

Davar et Cermak [34] présentaient des mesures en aval d'un point source, émettant du gaz ammoniac, placé successivement à différentes hauteurs dans la couche limite. Leurs résultats étaient assez qualitatifs et décrivaient les variations de la géométrie du panache avec la hauteur de la source.

D'autres études introduisaient l'influence de la stratification thermique sur la dispersion. Malhotra et Cermak [35], Chaudry et Meroney [36] et Solal [37].

Tous ces travaux étaient développés dans le but de mieux connaître, par des simulations en laboratoire, la diffusion atmosphérique.

Plus récemment Shlien et Corrsin [38] mesuraient la diffusion en aval d'une source linéaire placée successivement à quatre hauteurs dans la couche limite. Les caractéristiques lagrangiennes \bar{Y}_t , $(Y - \bar{Y}_t)^2$ étaient calculées à partir des profils de température moyenne. Des mesures des fluctuations de température étaient réalisées pour deux sections de mesures (variance, dissymétrie, microéchelle, échelle intégrale) et une hauteur de source.

Ce panorama des travaux expérimentaux concernant la diffusion turbulente en aval de sources de chaleur (ou de concentration) placées dans une couche limite turbulente nous inspire les remarques suivantes :

Hormis les résultats récents de Shlien et Corrsin, peu de résultats expérimentaux complets ont été publiés. Généralement la plupart de ces études, induites par une recherche de simulation de la diffusion atmosphérique, n'étudient que les valeurs moyennes du champ de concentration (ou de température) lorsque la source est située à la paroi. Ces mesures, en particulier celles de Poreh et Cermak, ont été très utilisées pour tester des modèles mathématiques de diffusion, Morkovin [39], Patankar et Taylor [40], Lau [42] et Mayle [42].

Il demeure qu'une approche plus complète de ce problème exige une connaissance approfondie du champ de diffusion incluant les fluctuations. En effet dans la première phase du processus de diffusion, le champ fluctuant est intermittent et l'amplitude des fluctuations est souvent très supérieure à la valeur moyenne, Csanady [43]. La connaissance dans ce cas de la valeur moyenne n'est pas très représentative. Une étude de l'évolution longitudinale de la variance des fluctuations et du coefficient d'intermittence doit permettre de mieux appréhender le phénomène. Par ailleurs l'évolution des fluctuations nous renseigne sur

le degré de mélange réalisé par l'écoulement turbulent.

Les résultats que nous présentons concernent l'étude de la diffusion en aval d'une source linéaire de chaleur placée successivement à quatre hauteurs dans la couche limite se développant au-dessus d'une plaque plane adiabatique. Dans ce premier article, nous nous sommes principalement intéressés à décrire l'évolution longitudinale du champ des températures moyennes. Nous avons caractérisé la diffusion turbulente par l'échelle intégrale temporelle lagrangienne et le nombre de Prandtl turbulent lagrangien. Ces résultats expérimentaux ont été comparés à ceux obtenus par Shlien et Corrsin [38] et Poreh et Cermak [33].

Nous étudierons dans un deuxième article l'évolution conjointe de l'écart-type $(\overline{\theta'^2})^{1/2}$, des coefficients de dissymétrie S_θ , d'aplatissement F_θ , et d'intermittence γ_θ , des fluctuations de température pour deux positions de la source dans la couche limite turbulente. A partir de ces résultats expérimentaux relatifs aux fluctuations, nous reprendrons la description du processus de diffusion.

2. DISPOSITIF EXPERIMENTAL ET RESULTATS

Une ligne source constituée par un fil fin de nickel ou de tungstène ($d = 25$ ou $100 \mu\text{m}$) a été placée à l'intérieur de la couche limite turbulente se développant au-dessus d'une plaque plane adiabatique. La ligne source est située à une abscisse $x_0 = 27$ cm du bord d'attaque (Fig. 1). A cet endroit l'épaisseur de la couche limite δ est de 8,5 mm. La vitesse de l'écoulement extérieur est de 28,50 m/s. Le nombre de Reynolds rapporté à l'épaisseur de la couche limite δ est égal à 16 000. Dans cette étude, la source a été placée successivement à quatre hauteurs par rapport à la paroi.

- cas 1 $y_0 = 0,82$ mm $y_0^+ \sim 67$ $y_0/\delta_1^0 = 0,62$
- cas 2 $y_0 = 1,52$ mm $y_0^+ \sim 124$ $y_0/\delta_1^0 = 1,15$
- cas 3 $y_0 = 4,54$ mm $y_0^+ \sim 371$ $y_0/\delta_1^0 = 3,41$
- cas 4 $y_0 = 6,78$ mm $y_0^+ \sim 554$ $y_0/\delta_1^0 = 5,1$

La présence de la source linéaire de chaleur à l'intérieur de l'écoulement va introduire une perturbation sur le champ de vitesse. Cette perturbation d'origine dynamique (apparition de tourbillons alternés, sillage du fil) ou thermique (effets de gravité) est négligeable dans la zone d'étude qui s'étend en aval de la source de 4,5 à 16,5 cm ($\Delta x/\delta : 5-20$) Paranthoën [44].

Toutes les mesures de températures moyennes ont été réalisées au moyen d'une sonde comportant un thermocouple manganin-constantan. La soudure du thermocouple était aplatie et son épaisseur ne dépassait pas 3/100 de millimètre.

Les profils de température moyenne correspondant aux quatre cas étudiés ont été tracés sur les Figs. 2-5

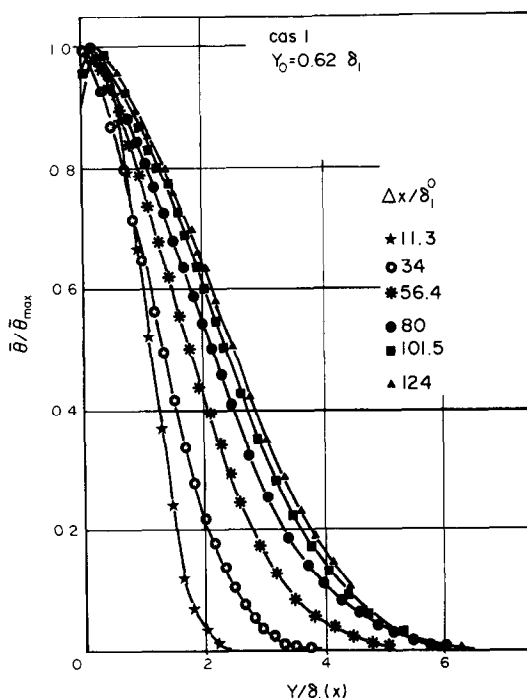


FIG. 2. Profil de température moyenne $y_0 = 0,62\delta_1^0$.

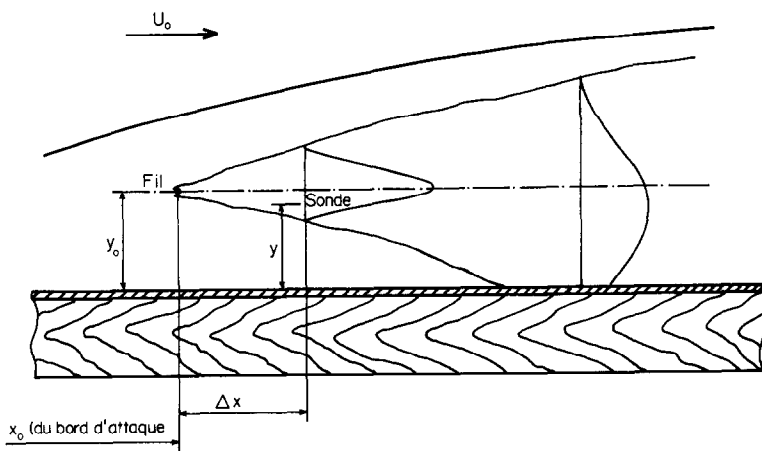


FIG. 1. Dispositif expérimental.

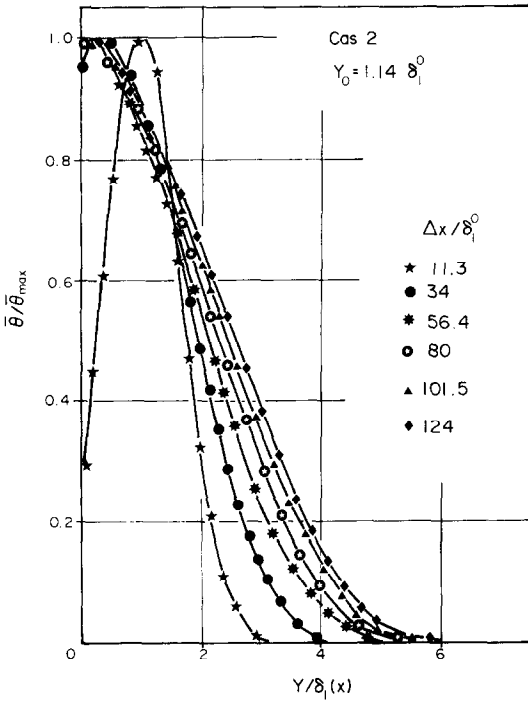


FIG. 3. Profil de température moyenne $y_0 = 1,14\delta_1^0$.

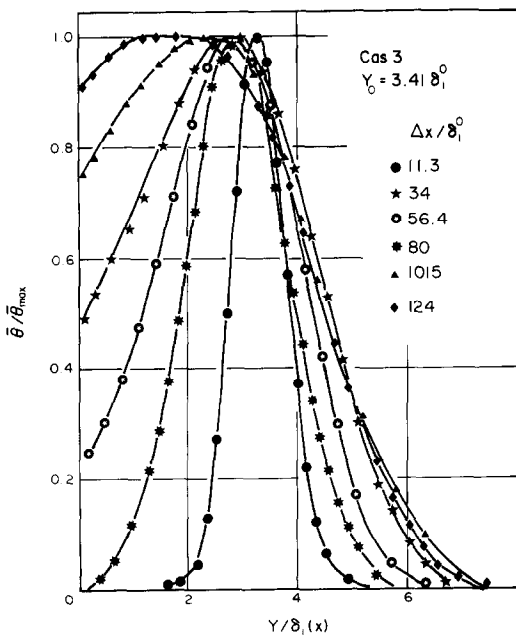


FIG. 4. Profil de température moyenne $y_0 = 3,41\delta_1^0$.

sous une forme adimensionnelle : $\bar{\theta}(y) / \bar{\theta}_{max}$ en fonction de $y / \delta_1(x)$ pour différentes valeurs de Δx . $\bar{\theta}_{max}$, $\delta_1(x)$, y et Δx représentent respectivement l'écart entre la température moyenne locale et la température de l'écoulement extérieur, l'épaisseur locale de déplacement,

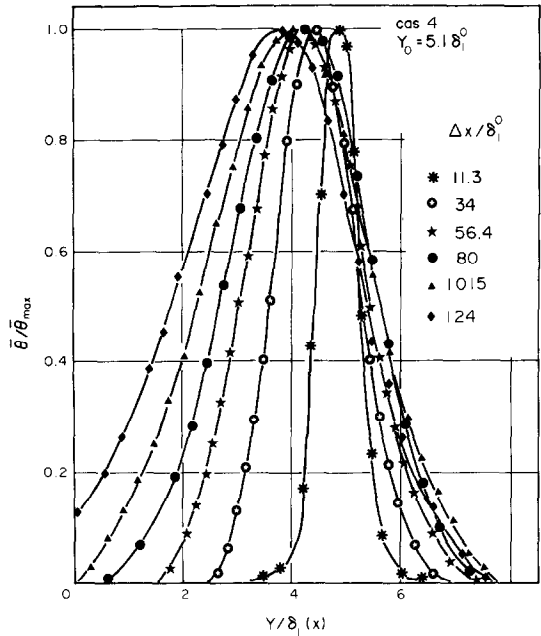


FIG. 5. Profil de température moyenne $y_0 = 5,1\delta_1^0$.

ment, la distance locale à la paroi et la distance à la source.

Pour les deux premiers cas étudiés, ($y_0 / \delta_1^0 = 0,62; 1,15$), le maximum du profil de température moyenne atteint très rapidement le voisinage de la paroi et y demeure lorsqu'on s'éloigne de la source. On atteint assez vite des profils identiques à ceux obtenus par Poreh et Cermak [33] ou Shlien et Corrsin [38] dans le cas d'une ligne source située à la paroi.

Pour le troisième cas étudié ($y_0 / \delta_1^0 = 3,41$), l'évolution du profil de température moyenne présente deux phases. Tout d'abord tant que le profil n'a pas atteint la paroi, la décroissance du champ thermique s'effectue en restant centrée approximativement sur la position de la source. Puis lorsque le profil a atteint la paroi, le champ de température situé dans la zone interne tend à s'homogénéiser tandis que vers l'extérieur de la couche limite, un gradient de température demeure.

Dans le dernier cas ($y_0 / \delta_1^0 = 5,1$), les profils de température tout en restant approximativement centrés sur la position de la source sont 'perturbés' dans leur évolution par la présence de l'interface qui sépare le fluide turbulent du fluide non turbulent. Cette présence limite très fortement la diffusion vers l'extérieur de la source limite en raison de la seule action de la diffusion moléculaire. Ce phénomène a été déjà bien observé par Poreh et Cermak pour la 'zone finale' du processus de diffusion dans le cas d'une ligne source située à la paroi et par Shlien et Corrsin lorsque la source est située dans la zone intermittente de la couche limite. La longueur limitée de la zone d'étude en aval de la source ne nous permet pas d'observer le déplacement du maximum du profil de température

moyenne vers la paroi dans ce dernier cas.

Une présentation différente des profils de température moyenne sous forme adimensionnelle peut être adoptée en traçant $\bar{\theta}/\bar{\theta}_{\max} = f(y - y_{\max}/y_{0.5} - y_{\max})$ y_{\max} est l'ordonnée du maximum du profil de température moyenne et $y_{0.5}$ est défini par $f(1) = 0,5$.

Dans les cas 1 et 2, le maximum de température se trouve très rapidement au voisinage de la paroi, c'est-à-dire que $y_{\max} \sim 0$.

Nous avons porté pour le cas 1 ($y_0/\delta_1^0 = 0,62$) $\bar{\theta}/\bar{\theta}_{\max}$ en fonction de $y/y_{0.5}$ sur la Fig. 6. L'accord est assez bon avec le profil adimensionnel trouvé par Poreh et Cermak dans le cas d'une source située à la paroi.

L'évolution des grandeurs caractéristiques $\bar{\theta}_{\max}$ et $(y_{0.5} - y_{\max})$ ou $y_{0.5}$ pour les cas 1 et 2, est présentée sur la Fig. 7. Il est à noter que la décroissance de la température maximale dépend fortement de la position dans la couche limite. Nous avons porté sur la Fig. 8 la valeur absolue de l'exposant p , caractéristique de la décroissance de $\bar{\theta}_{\max}$, en fonction de la position de la source dans la couche limite. Pour les quatre cas étudiés $|p|$ a respectivement pour valeurs 0,7; 0,53; 0,47; 0,72.

Nos résultats semblent compatibles avec ceux obtenus par d'autres expérimentateurs, Wieghardt [32], Poreh et Cermak [33], Shlien et Corrsin [36]. Ainsi l'exposant p est plus élevé lorsque la source est située près de la paroi ou dans la zone intermittente. Cependant il faut noter que les valeurs minimales de $\bar{\theta}_{\max}$ sont obtenues dans le cas 3 où $y_0/\delta^0 \sim 0,45$.
Conservation du flux de chaleur. Paroi adiabatique. L'évolution des grandeurs caractéristiques va nous permettre de montrer que pour les cas 1 et 2 les

exposants caractérisant les variations de $\bar{\theta}_{\max}$ et $y_{0.5}$ sont compatibles avec la conservation du flux de chaleur.

En effet s'il y a conservation du flux de chaleur Q , la quantité émise par la source, par seconde, par unité de longueur du fil est égale à :

$$\int_0^\infty \bar{\rho} C_p \bar{U} \bar{\theta} dy.$$

Si nous supposons pour \bar{U} un profil en puissance sous la forme $\bar{U}/U_e = (y/\delta)^{1/n}$ et que nous introduisons pour $\bar{\theta}(y)$ la forme adimensionnelle choisie précédemment, nous obtenons pour Q l'expression suivante :

$$Q = \bar{\rho} C_p U_e \boxed{\bar{\theta}_{\max} y_{0.5} (y_{0.5}/\delta)^{1/n}} \times \int_0^\infty (y/y_{0.5})^{1/n} f(y/y_{0.5}) d(y/y_{0.5})$$

dans laquelle seule l'expression encadrée contient des termes qui sont fonction de x . Si nous introduisons $\bar{\theta}_{\max}$, $y_{0.5}$ et δ sous la forme de fonctions de Δx

$$\bar{\theta}_{\max} \propto \Delta x^p$$

$$y_{0.5} \propto \Delta x^q$$

$$\delta \propto \Delta x^r$$

alors

$$Q \propto \Delta x^{p + (1/n + 1)q - r/n}.$$

En remplaçant p , q , r par les valeurs trouvées expérimentalement et en prenant $n = 7$, nous obtenons pour les cas 1 et 2

$$\left| p + \left(\frac{1}{n} + 1 \right) q - \frac{r}{n} \right| \sim 0,01.$$

Compte tenu des incertitudes expérimentales, les valeurs trouvées pour p et q vérifient la conservation du flux de chaleur.

3. CARACTERISTIQUES DU CHAMP MOYEN EN FONCTION DE LA HAUTEUR DE SOURCE

3.1. Température de paroi

L'évolution de la température de paroi a été tracée sur la Fig. 9. Pour toutes les hauteurs de source, la température de paroi $\bar{\theta}_p$ augmente progressivement lorsque le profil de température atteint la paroi, passe par un maximum et décroît pour les grandes valeurs de Δx . Pour les cas 1 et 2, nous obtenons les deux phases de l'évolution de $\bar{\theta}_p$. Dans les cas 3 et 4, les sources sont situées plus haut dans la couche limite et la longueur d'étude ne permet d'observer que la phase de croissance de $\bar{\theta}_p$.

3.2. Position du maximum

La position du maximum d'un profil de température a été étudiée en fonction de la position de la source dans la couche limite sur la Fig. 10. Lorsque la source est située dans la zone proche de la paroi (cas 1 et 2), le maximum de température se déplace rapidement vers

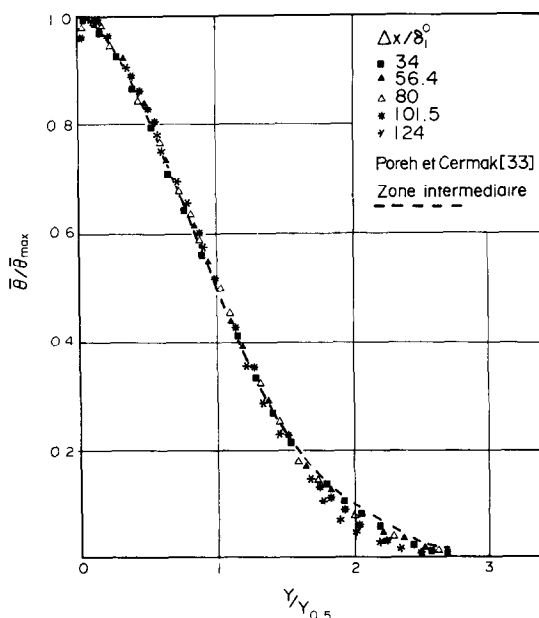


FIG. 6. Profil adimensionnel de température $y_0 = 0,62\delta_1^0$.

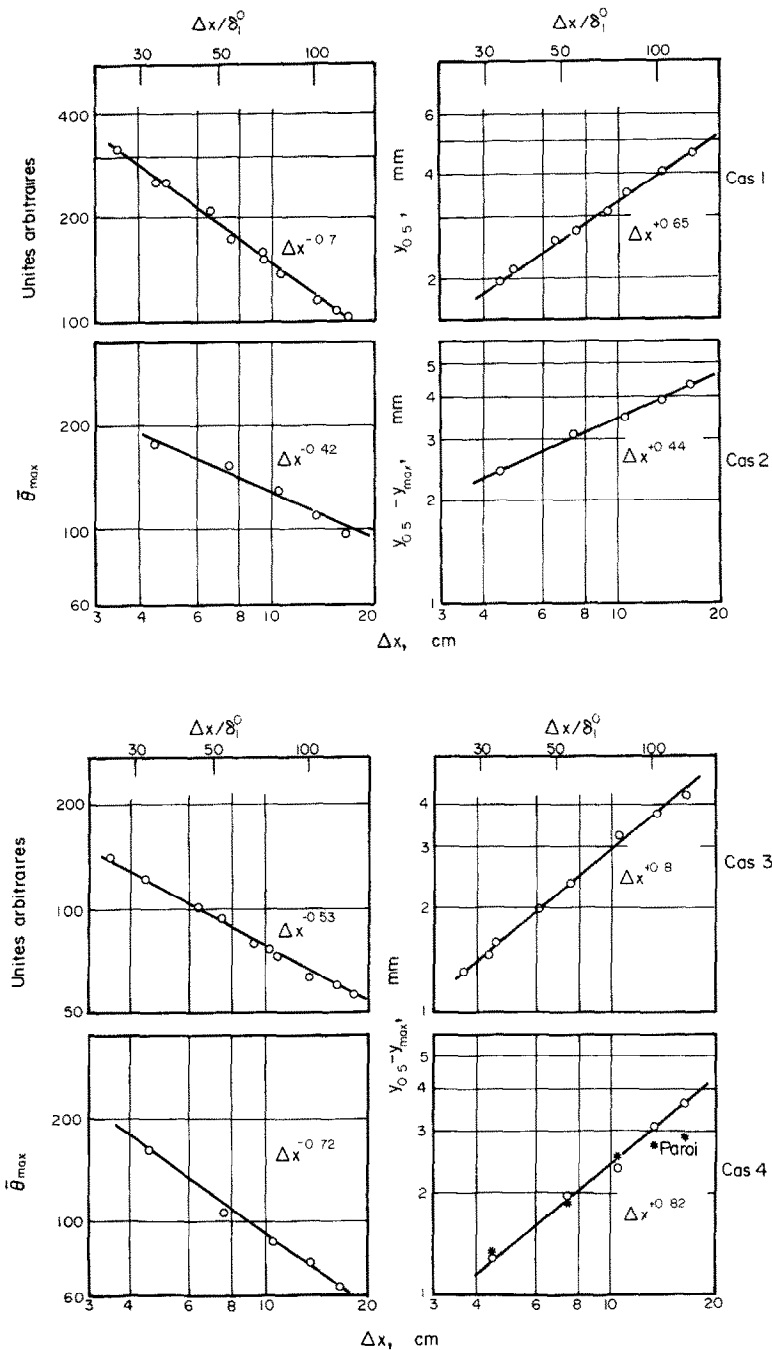


FIG. 7. Evolution des grandeurs caractéristiques $\bar{\theta}_{max}$ et $(y_{0.5} - y_{max})$.

celle-ci. Pour les cas 3 et 4, la position du maximum de température reste approximativement centrée sur la position de la source tant que le champ thermique n'a pas atteint la paroi puis elle se déplace vers la zone interne de la couche limite. Ce déplacement très rapide vers la paroi dans les cas 1 et 2 peut s'expliquer par l'importance des gradients de vitesse et de l'échelle intégrale lagrangienne T_L et par la faible valeur de T_L dans cette région (cf. Section 3.5).

En effet dans la zone située au-dessus de la source, la

vitesse lagrangienne v_L reste corrélée sur une plus grande distance, ce qui introduit une plus grande expansion latérale. Cette différence d'expansion entre la zone supérieure et la zone inférieure provoque le déplacement vers la paroi du maximum de température. Ce déplacement peut également s'expliquer par l'équation proposée par Kranenburg [15] dans le cas de l'extension à la diffusion turbulente dans des écoulements inhomogènes d'un transport du type gradient. Pour les deux autres cas (3 et 4), l'échelle

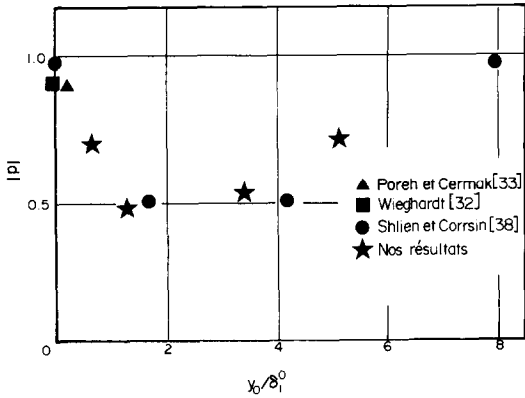


FIG. 8. Exposant de la loi en puissance $\bar{\theta}_{\max} = g(\Delta x)$.

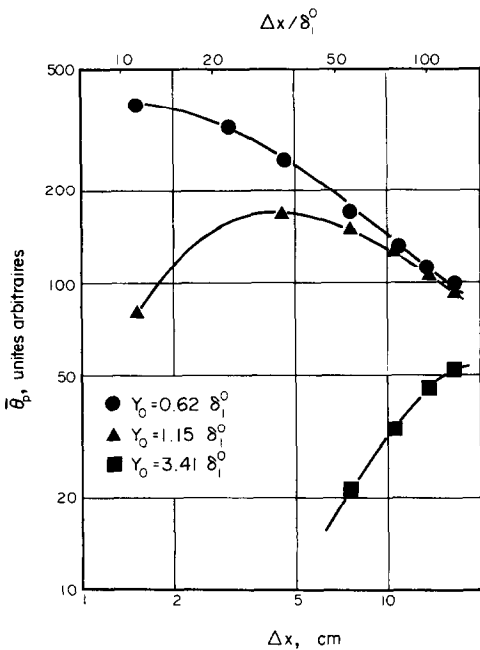


FIG. 9. Evolution longitudinale de la température de paroi.

intégrale lagrangienne plus importante et la déformation convective plus faible imposent au maximum de température de rester plus longtemps au niveau de la source.

3.3. Caractéristiques lagrangiennes

Une autre façon de caractériser les profils de température moyenne est obtenue en calculant les différents moments centrés lagrangiens. Ces grandeurs sont définies par

$$\int_0^\infty (y - \bar{Y})^n \bar{\theta}(y) dy / \int_0^\infty \bar{\theta}(y) dy.$$

Les deux premiers moments $\bar{Y}(\Delta x)$ et $\overline{(Y - \bar{Y})^2}(\Delta x)$ sont particulièrement importants.

Centroïde. Nous présentons sur la Fig. 11 le déplacement du centroïde $\bar{Y}(\Delta x)$ pour les quatre cas étudiés. Nous constatons pour les deux premiers cas une variation linéaire de \bar{Y} avec Δx . Pour les cas 3 et 4, il y a une variation initiale de \bar{Y} vers la paroi puis une légère croissance avec Δx (cas 3) tandis que \bar{Y} reste pratiquement constant dans le cas 4.

Variance. $\overline{(Y - \bar{Y})^2}$ grandeur caractérisant la dispersion des particules marquées a été tracée sur la Fig. 12 pour les quatre cas étudiés. Nous obtenons comme dans la période finale de la diffusion dans une turbulence homogène une variation linéaire de $\overline{(Y - \bar{Y})^2}$ en fonction de Δx .

Les valeurs de \bar{Y} et de $\{\overline{(Y - \bar{Y})^2}\}^{1/2}$ ont été tracées de façon adimensionnelle sur les Figs. 13 et 14. Nos résultats s'accordent bien avec ceux obtenus par Shlien et Corrsin.

Nous retiendrons de ces résultats la forte croissance de $\{\overline{(Y - \bar{Y})^2}\}^{1/2}$ dans la phase initiale pour la région centrale de la couche limite. Dans cette zone, la variation rapide de $\{\overline{(Y - \bar{Y})^2}\}^{1/2}$ correspond à une forte décroissance initiale de $\bar{\theta}_{\max}$ puisque le niveau de température le plus faible a été obtenu pour le cas 3

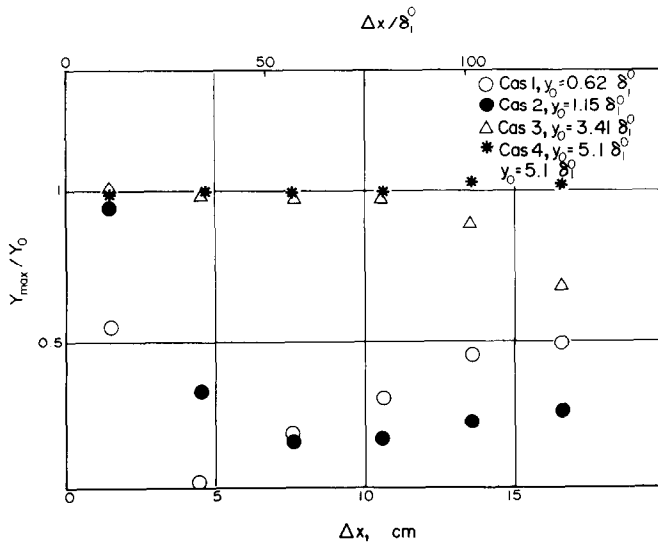


FIG. 10. Evolution longitudinale de y_{\max} .

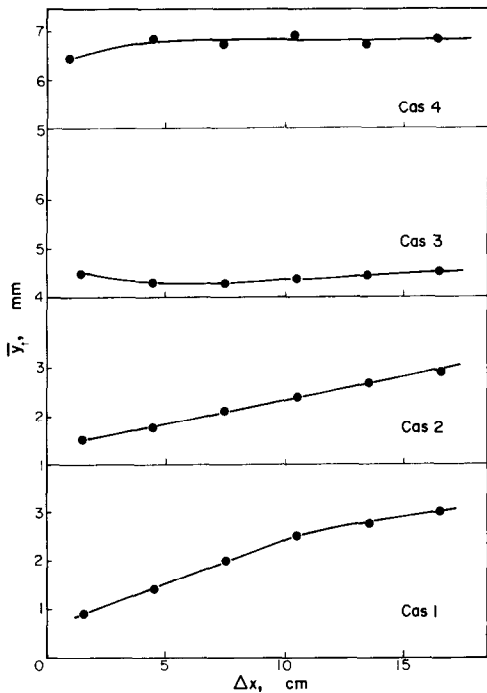


FIG. 11. Déplacement du centroïde \bar{Y}_r .

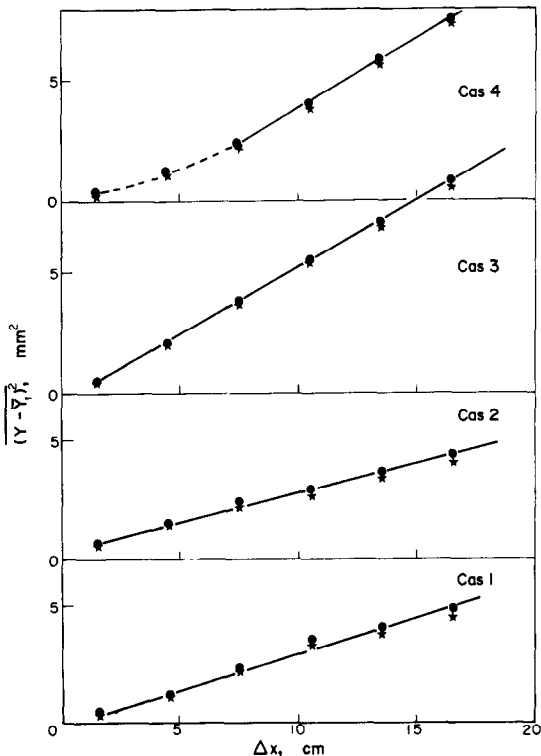


FIG. 12. Evolution de la variance $\overline{(Y - \bar{Y}_r)^2}$.

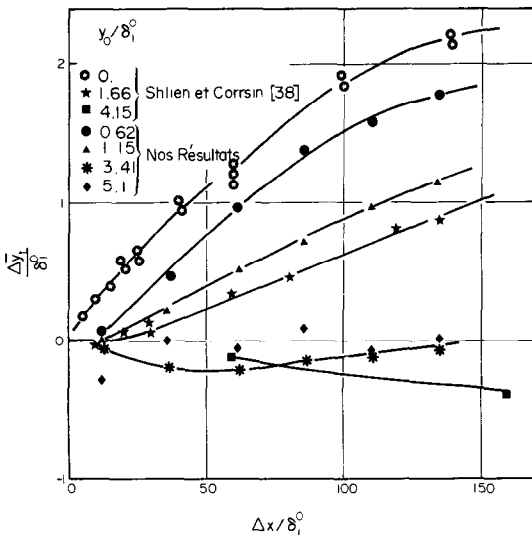


FIG. 13. Evolution de \bar{Y}_r .

($y_0/\delta_0 \sim 0,45$). Ceci nous conduit à exprimer la température maximale en aval d'une ligne source par la relation

$$\bar{\theta}_{\max} \propto \frac{Q}{\{(Y - \bar{Y})^2\}^{1/2} \bar{U}(y)}$$

Les résultats obtenus pour le cas 3 signifient que la couche limite présente une 'capacité de dispersion' maximale pour cette position de source. Davar et Cermak [34] avaient déjà noté dans le cas de la diffusion en aval d'un point source qu'il existait une efficacité maximale pour la dispersion dans la zone $0,4 < y_0/\delta_0 < 0,5$.

3.4. Nombre de Prandtl turbulent lagrangien

Cette variation linéaire de $\overline{(Y - \bar{Y})^2}$ en fonction de Δx , comme en turbulence homogène, a conduit Shlien et Corrsin [38] à définir une diffusivité turbulente par

$$U_e \frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{1}{2} \overline{(Y - \bar{Y})^2} \right)$$

Ils en déduisent un nombre de Prandtl turbulent que nous appellerons lagrangien (Pr_L) en choisissant une viscosité turbulente ν_t 'globale' égale à $0,06u_*\delta$.

Nous avons comparé dans le Tableau 1 les valeurs de Pr_L obtenues par Shlien et Corrsin à nos résultats. Les valeurs de Pr_L calculées pour $y_0/\delta_1^0 = 0; 1,66; 1,15$ sont du même ordre de grandeur et correspondent approximativement au même domaine de validité. Pour $y_0/\delta_1^0 = 4,15; 7,96; 3,41; 5,1$ les valeurs de Pr_L diffèrent notablement mais elles n'appartiennent pas au même domaine de validité.

3.5. Echelle temporelle lagrangienne

En essayant de généraliser à la couche limite les résultats obtenus par Taylor [5], Csanady [43] considère $\overline{(Y - \bar{Y})^2}$

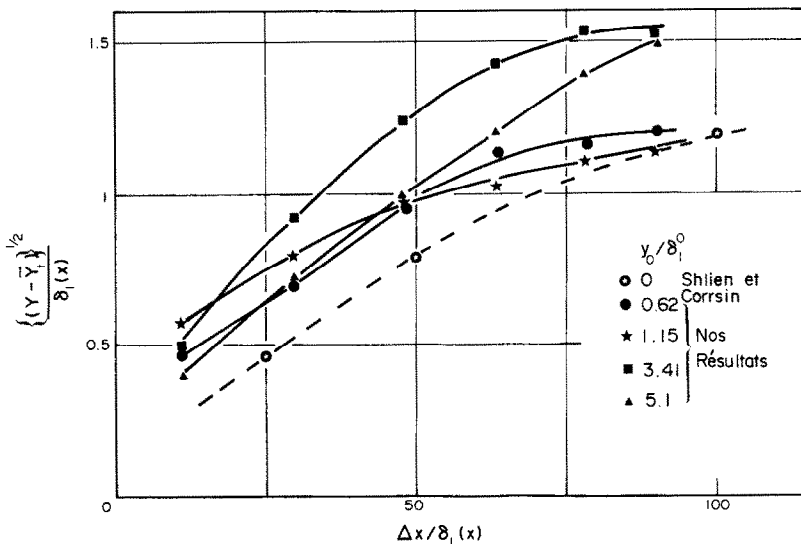


FIG. 14. Evolution de $\overline{(Y - \bar{Y})^2}$.

$$\overline{(Y - \bar{Y})^2} = \int_0^t \int_0^t \overline{(v_L(t') - \bar{v}_L(t'))(v_L(t'') - \bar{v}_L(t''))} dt' dt''$$

$$\overline{(Y - \bar{Y})^2} = 2 \int_0^t \int_0^{t'} \overline{v_L^2(t') R_L(\tau, t')} dt dt'$$

où

$$v_L' = v_L - \bar{v}_L$$

$$R_L(\tau, t') = \frac{\overline{v_L'(t') v_L'(t' - \tau)}}{\overline{v_L^2(\tau)}}$$

Si nous définissons une échelle temporelle lagrangienne

$$T_L(t) = \int_0^t R_L(\tau, t) d\tau$$

nous obtenons pour des temps de dispersion 'assez grands'

$$\frac{1}{2} \frac{d\overline{(Y - \bar{Y})^2}}{dt} = \overline{v_L^2(t)} T_L(t).$$

En choisissant comme vitesse de convection $\bar{U}(\bar{Y})$, nous pouvons écrire

$$T_L(\bar{Y}) = \frac{1}{\overline{v_L^2}(\bar{Y})} \bar{U}(\bar{Y}) \times \frac{1}{2} \frac{d\overline{(Y - \bar{Y})^2}}{dx}.$$

En faisant l'hypothèse $\overline{v_L^2} \sim \overline{v^2}$ et en utilisant pour $\overline{v^2}$ les résultats obtenus par Klebanoff [45], nous pouvons dans chaque cas calculer $T_L(\bar{Y})$. Ces valeurs calculées de $T_L(\bar{Y})$ ont été tracées sur la Fig. 15 en fonction de y/δ .

Nous avons également représenté sur la même figure des résultats obtenus par Sabot et Comte-Bellot [46] en conduite et par Blackwelder et Kovaszny [47] en

couche limite, concernant le temps de cohérence $\theta_{22}^{(1)}$ de la fluctuation v' dans un repère convecté.

$$\theta_{22}^{(1)} = \int_0^\infty R_{22}(x; U_c \tau_m; 0; 0; \tau_m) d\tau_m.$$

Nous pouvons noter que $\theta_{22}^{(1)}$ et T_L sont du même ordre de grandeur, T_L étant cependant inférieur à $\theta_{22}^{(1)}$ lorsque l'on se rapproche de la paroi.

D'après Tennekes et Lumley [48] l'échelle de longueur lagrangienne l_L , [$l_L = (\overline{v^2})^{1/2} T_L$] définie par Taylor [5] doit être du même ordre de grandeur que $L_{22}^{(2)}$. $L_{22}^{(2)}$ est l'échelle intégrale eulérienne transversale de la fluctuation v' .

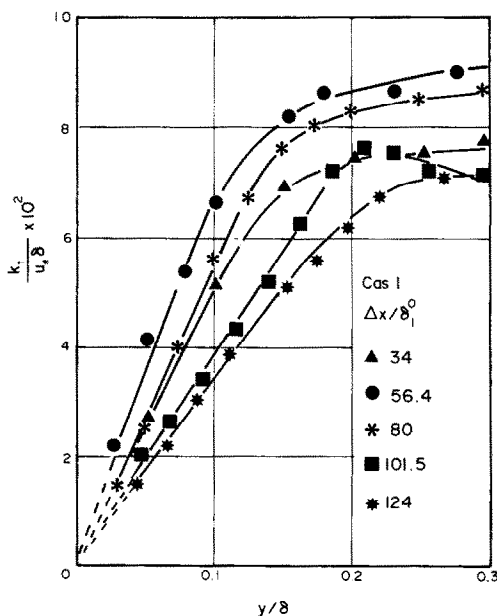


FIG. 15. Evolution de la diffusivité turbulente $y_0 = 0,61\delta_1^0$.

Sabot [49] a montré dans une conduite et vérifié dans une couche limite (résultats expérimentaux de Blackwelder et Kovaszny [47]) que $L_{22}^{(1)}/(\overline{v'^2})^{1/2}$ était voisin de $\theta_{22}^{(1)}$.

On aura donc $T_L \sim \theta_{22}^{(1)}$ tant que $L_{22}^{(2)}$ sera égal à $L_{22}^{(1)}$ c'est-à-dire lorsque $R_{22}(0, r, 0) \sim R_{22}(r, 0, 0)$. Cette condition semble réalisée pour $y/R = 0,5$ et 1 dans un tuyau, Sabot [49], mais elle ne l'est peut être plus près de la paroi dans une couche limite. Ceci pourrait alors expliquer le plus grand écart entre $\theta_{22}^{(1)}$ et T_L près de la paroi.

3.6. Diffusivité turbulente

Par l'intermédiaire des grandeurs lagrangiennes, nous venons d'introduire une diffusivité turbulente

$$U_e \frac{\partial}{\partial x} \left[\frac{1}{2} (Y - \bar{Y})^2 \right].$$

Une façon plus classique de déterminer une diffusivité turbulente est de calculer le rapport

$$-\frac{\overline{\theta' u'_i}}{\partial \bar{\theta} / \partial x_i}.$$

Tout en connaissant les limites d'une telle définition, nous avons calculé cette grandeur à partir des valeurs moyennes du champ de vitesse et de température.

Pour le cas 1, nous avons tracé $k_t/u_* \delta$ en fonction de y/δ sur la Fig. 16. Nous remarquons que dans la zone d'étude $k_t/u_* \delta$ est à la fois fonction de l'abscisse et de l'ordonnée. Nous retrouvons dans cette évolution une des prévisions faite par Poreh et Cermak [33] concernant la 'zone intermédiaire' (correspondant approximativement à notre zone d'étude dans le cas 1). Ils prévoient qu'une description de la dispersion au moyen d'une diffusivité turbulente variant uniquement avec la hauteur est incomplète et incorrecte.

3.7. Nombre de Prandtl turbulent eulérien

Le nombre de Prandtl turbulent a été tracé sur la Fig. 17. Pour le cas 1, Pr_t est de l'ordre de 1 dans la majeure partie de la couche limite. Pour le cas 3, Pr_t est voisin de 0,7 dans le bas de la couche limite puis augmente vers l'extérieur. Les valeurs plus élevées de Pr_t obtenues dans les deux cas vers l'extérieur doivent être dues à l'intermittence du champ thermique. Nous avons également rappelé sur cette figure les valeurs du nombre de Prandtl turbulent lagrangien Pr_L .

Si ces deux nombres de Prandtl ont des valeurs voisines pour le cas 3, on note une différence importante pour le cas 1.

Cet écart peut s'expliquer par la définition de la diffusivité turbulente lagrangienne

$$k_{tL} = U_e \frac{1}{2} \frac{\partial (Y - \bar{Y})^2}{\partial x}.$$

Cette expression peut se décomposer

$$k_{tL} = U_e \frac{1}{2} \frac{\partial \bar{Y}^2}{\partial x} - U_e \frac{1}{2} \frac{\partial (\bar{Y})^2}{\partial x}.$$

Pour le cas 1, sensiblement analogue au cas d'une source située à la paroi, le premier terme de cette expression correspond approximativement d'après Poreh et Cermak [33] à la valeur de la diffusivité turbulente k_t définie d'une manière eulérienne. $(\bar{Y}^2)^{1/2}$ dans cette expression remplace $y_{0,5}$ comme longueur de référence.

On a donc

$$k_{tL} \sim k_t - U_e \bar{Y} \frac{\partial \bar{Y}}{\partial x}.$$

Compte-tenu de cette relation et de l'évolution longitudinale de \bar{Y} , il est tout à fait logique de trouver une diffusivité turbulente lagrangienne moins élevée et en conséquence une valeur de Pr_L plus grande.

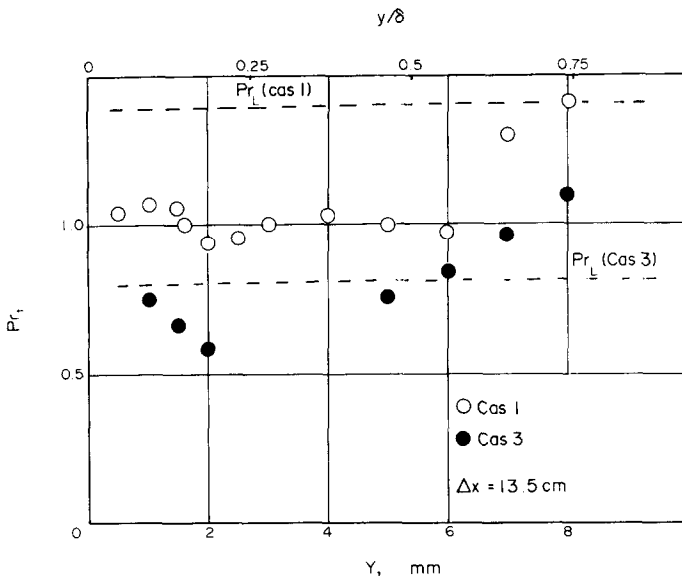


FIG. 16. Variation du nombre de Prandtl turbulent.

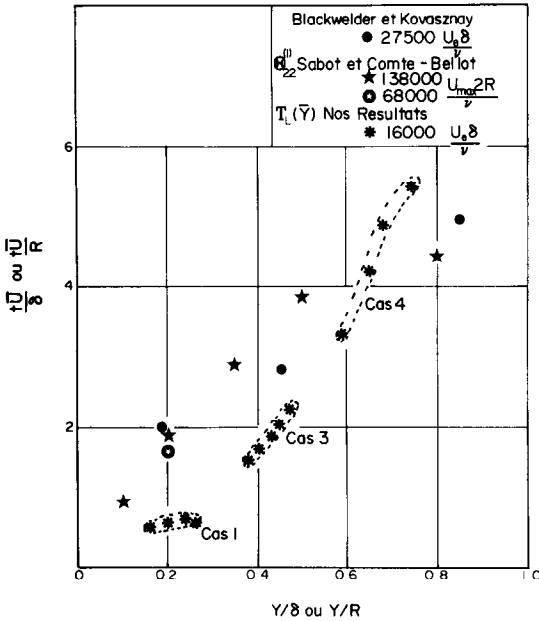


FIG. 17. Echelle intégrale temporelle lagrangienne.

4. CONCLUSION

Le champ des températures moyennes a été mesuré pour les quatre hauteurs de source ($y_0/\delta_1^0 \sim 0,62; 1,15; 3,41; 5,1$) jusqu'à une distance équivalente à 15 épaisseurs de couche limite. Les résultats ont été présentés de façon adimensionnelle en utilisant comme grandeurs spécifiques $\bar{\theta}_{max}$ pour les températures et $\delta_1(x)$ pour les longueurs.

L'exposant $|p|$ caractérisant la décroissance de $\bar{\theta}_{max}$ varie avec la position de la source dans la couche limite: $0,47 < p < 0,72$ pour $0,62 < y_0/\delta_1^0 < 5,1$. Ces résultats sont compatibles avec ceux obtenus par Shlien et Corrsin [38] et par Poreh et Cermak [33] où $|p|$ est de l'ordre de 0,9 pour la source située à la paroi et dans la zone intermittente et vaut 0,5 lorsque la source est placée au centre de la couche limite.

Cependant, il apparaît que la 'capacité dispersive' de la couche limite est maximale pour $y_0/\delta_1^0 \sim 0,5$. Les caractéristiques lagrangiennes $\bar{Y}_t(\Delta x)$ et $(Y - \bar{Y}_t)^2(\Delta x)$ ont été calculées à partir des profils des températures moyennes. Ces résultats sont en bon accord avec ceux obtenus par Shlien et Corrsin.

Des résultats très utiles ont pu être obtenus à partir de l'évolution longitudinale de la variance $(Y - \bar{Y}_t)^2$.

Nous avons pu calculer le nombre de Prandtl turbulent lagrangien

$$Pr_L = \left[\frac{U_e}{v_t} \frac{1}{2} \frac{\partial(Y - \bar{Y}_t)^2}{\partial x} \right]^{-1}$$

Les valeurs de Pr_L sont comprises entre 0,78 et 1,7. Il est satisfaisant que la plus faible valeur de $Pr_L(0,78)$ ($\Delta x/\delta_1^0 \sim 25-125$) correspond au cas 3 où la 'capacité dispersive' de la couche limite a été trouvée maximale.

Tableau 1

	y_0/δ_1^0	Pr_L	Domaine de validité $\Delta x/\delta_1^0$
Shlien et Corrsin [38]	0	1,7	25-150
	1,66	1,4	50-450
	4,15	1,6	200-500
	7,96	1,2	300-500
Nos resultats	0,66	1,43	15-125
	1,15	1,79	15-125
	3,41	0,78	15-125
	5,1	0,79	60-125

Une comparaison de Pr_L et du nombre de Prandtl turbulent eulérien Pr_t a été réalisée dans le cas 1 et 3 ($y_0/\delta_1^0 = 0,62$ et $3,41$). La nette différence entre Pr_L et Pr_t dans le cas 1 a pu être expliquée par la forte variation longitudinale de $\bar{Y}(\Delta x)$.

L'échelle intégrale temporelle lagrangienne T_L a été trouvée du même ordre de grandeur que l'échelle de cohérence $\theta_{22}^{(1)}$ de la fluctuation v' dans un repère convecté. L'échelle T_L est sans aucun doute le paramètre le plus important si l'on veut regrouper les résultats obtenus avec différentes hauteurs de source, du moins pour la phase initiale du processus de diffusion.

REFERENCES

1. G. K. Batchelor, Note on free turbulent flows, with special reference to the two dimensional wake, *J. Aero. Sci.* **17**, 441-445 (1950).
2. S. Corrsin, Some current problems in turbulent shear flow in symposium on naval hydrodynamics, Pub. 515 Nat. Acad. Sci. Nat. Res. Council Washington (1957).
3. S. Corrsin, Theories of turbulent dispersion. *Mécanique de la turbulence. Colloques internat. C.N.R.S.* **108**, pp. 27-52 (1962).
4. S. Corrsin, Limitations of gradient transport models in random walks and in turbulence, *Adv. Geophys.* **18A** (1974).
5. G. I. Taylor, Diffusion by continuous movements, *Proc. Lond. Math. Soc.* **1**, 196 (1921).
6. G. K. Batchelor, Some reflections on the theoretical problems raised at the symposium, *Adv. Geophys.* **6**, 449-452 (1959).
7. G. K. Batchelor, Diffusion from sources in a turbulent boundary layer, *Archiwum Mechaniki Stosowanej* **3**, 661-670 (1964).
8. T. H. Ellison, Turbulent diffusion, *Sci. Prog.* **47**, 495-506 (1969).
9. F. Gifford, Diffusion in the diabatic surface layer, *J. Geophys. Res.* **67**, 3207-3212 (1962).
10. J. E. Cermak, Lagrangian similarity hypothesis applied to diffusion on turbulent shear flow, *J. Fluid Mech.* **15**, 49 (1963).
11. P. C. Chatwin, Comments on "dispersion measurements in a turbulent boundary layer", *Int. J. Heat Mass Transfer* **21**, 367-368 (1978).
12. H. Tennekes et J. L. Lumley, *A first Course in Turbulence*. MIT Press, Massachusetts (1972).
13. J. L. Lumley, Modeling turbulent flux of passive scalar quantities in inhomogeneous flows, *Physics Fluids* **18**, 619-621 (1975).
14. A. S. Monin, A. M. Yaglom, *Statistical Fluid Mechanics: Mechanics of Turbulence*, Vol. 1. MIT Press, Massachusetts (1971).

15. C. Kranenburg, On the extension of gradient type transport to turbulent diffusion in inhomogeneous flows, *Appl. Sci. Res.* **33**, 163 (1977).
16. G. B. Schubauer, A turbulent indicator utilizing the diffusion of heat, N.A.C.A. report 524 (1935).
17. G. I. Taylor, Statistical theory of turbulence. Parts I–IV, *Proc. R. Soc.* **A151**, 421 (1935).
18. D. C. Collis, The diffusion process in turbulent flow. Report 4 55 Div. Aero. Australian Council Sci. and Ind. Res. (1948).
19. M. S. Uberoi et S. Corrsin, Diffusion of heat from a line source in isotropic turbulence, N.A.C.A. Report 1142 (1953).
20. D. J. Shlien et S. Corrsin, A measurement of lagrangian velocity auto correlation in approximatively isotropic-turbulence, *J. Fluid Mech.* **62**, 255–271 (1974).
21. A. A. Townsend, The diffusion behind a line source in homogeneous turbulence, *Proc. R. Soc. Lond.* **22YA**, 487 (1954).
22. G. K. Batchelor et A. A. Townsend, *Article in Surveys in Mechanics*. Cambridge University Press, Cambridge (1956).
23. P. G. Saffman, On the effect of the molecular diffusivity in turbulent diffusion *Mécanique de la Turbulence*, pp. 53–62, Paris, C.N.R.S. (1962).
24. D. L. Flint, H. Khada et T. J. Hanratty, Point source turbulent diffusion in a pipe, *A.I.Ch.E. Jl* **6**, 325–331 (1960).
25. L. Lee et R. S. Brodkey, *A.I.Ch.E. Jl* **10**, 187 (1964).
26. H. A. Becker, R. E. Rosensweig et J. R. Gwozdz, Turbulent dispersion in a pipe flow, *A.I.Ch.E. Jl* **12**, 964–972 (1966).
27. G. F. Crum et T. J. Hanratty, Dissipation of a sheet of heated air in a turbulent flow, *Appl. Sci. Res.* **A15**, 177 (1965).
28. S. Corrsin et M. S. Uberoi, Spectra and diffusion in a round turbulent jet, N.A.C.A. report 1040 (1951).
29. M. Mazel, Diffusion turbulente en aval d'une source linéaire dans un jet pariétal plan, *C. r. hebdomadaire Acad. Sci., Paris* **276**, 879–881 (1973).
30. J. O. Hinze et van der Hegge Zijnen, *General Discussion on Heat Transfer*, p. 188. Institute of Mechanical Engineering, ASME, New York (1951).
31. H. K. Skramstad et G. B. Schubauer, The application of thermal diffusion to the study of turbulent air flow, *Phys. Rev.* **53**, 927 (1938).
32. K. Wiegardt, Über ausbreitungsvorgänge in turbulenten reibungsschichten, *Z. Angew. Math. Mech.* **28**, 346 (1948).
33. M. Poreh et J. E. Cermak, Study of the diffusion from a line source in a turbulent boundary layer, *Int. J. Heat Mass Transfer* **7**, 1083–1095 (1964).
34. K. S. Davar et J. E. Cermak, Characteristics of diffusion plumes for a point source within a turbulent boundary layer, *Int. J. Air Water Poll.* **8**, 339–354 (1964).
35. R. C. Malhotra et J. E. Cermak, Mass diffusion in neutral and unstably stratified boundary layer flows, *Int. J. Heat Mass Transfer* **7**, 169–186 (1964).
36. F. H. Chaudry et R. N. Meroney, A laboratory study of diffusion in stably stratified flow, *Atmos. Environ.* **7**, 443–454 (1973).
37. J. Solal, Etude expérimentale de la diffusion de masse dans une couche limite turbulente en écoulement neutre et en écoulement stratifié instable, Thèse Docteur-Ingénieur Lyon (1972).
38. D. J. Shlien et S. Corrsin, Dispersion measurements in a turbulent boundary layer, *Int. J. Heat Mass Transfer* **19**, 285–295 (1976).
39. M. V. Morkovin, On eddy diffusivity, quasi similarity and diffusion experiments in turbulent boundary layers, *Int. J. Heat Mass Transfer* **8**, 129–145 (1965).
40. S. V. Patankar et R. G. Taylor, Diffusion from a line source in a turbulent boundary layer: comparison of theory and experiment, *Int. J. Heat and Mass Transfer* **8**, 1172–1175 (1965).
41. Y. L. Lau, A note on diffusion from a line source in a turbulent boundary layer, *Int. J. Heat Mass Transfer* **12**, 370–372 (1969).
42. R. E. Mayle, Note on diffusion in a turbulent boundary layer, *Int. J. Heat Mass Transfer* **21**, 364–366 (1978).
43. G. T. Csanady, *Turbulent Diffusion in the Environment*. Reidel, Holland (1973).
44. P. Paranthoén, Etude expérimentale de la diffusion de la chaleur en aval d'une source linéaire placée dans une couche limite turbulente, Thèse Sciences Physiques, Rouen (1978).
45. P. S. Klebanoff, Characteristics of turbulence in a boundary layer with zero pressure gradient, N.A.C.A. TN 3178 (1954).
46. J. Sabot et G. Comte-Bellot, Temps de cohérence de la fluctuation radiale de vitesse en conduite lisse circulaire, *C. r. hebdomadaire Acad. Sci., Paris* **278A**, 105–107 (1974).
47. R. F. Blackwelder et L. S. G. Kovaszny, Time scales and correlations in a turbulent boundary layer, *Physics Fluids* **15**, 1545–1554 (1972).
48. J. Sabot, Etude de la cohérence spatiale et temporelle de la turbulence établie en conduite circulaire, Thèse Dr. Etat, Université de Lyon (1976).

DIFFUSION FROM A LINE SOURCE LOCATED IN A BOUNDARY LAYER

Abstract—Mean temperatures are studied in a wind tunnel downstream of a line source (heated wire) located in a turbulent boundary layer. Measurements are made successively at four distances from the wall. Longitudinal evolution of mean temperatures are presented. Analysis of experimental results indicates a strong influence of the position of the source on diffusion. Peak value temperatures as a function of downstream distance is fitted with power laws. Good agreement is found with Shlien and Corrsin [38] measurements. The lagrangian turbulent Prandtl number defined by Shlien and Corrsin is in the range from 0.8 to 1.7. Comparison with the usual turbulent Prandtl number shows some difference when the source is located near the wall. The lagrangian integral scale is found of the same order as the eulerian integral time scale of the vertical velocity fluctuation in an 'optimum' convected frame.

DIFFUSION VON EINER LINIENQUELLE IN EINER GRENZSCHICHT

Zusammenfassung—Die Untersuchung befaßt sich mit den Mitteltemperaturen in einem Windkanal hinter einer Linienquelle (beheizter Draht), die sich in einer turbulenten Grenzschicht befindet. Hierzu werden nacheinander in vier Wandabständen Messungen durchgeführt. Der Verlauf der Mitteltemperaturen in Längsrichtung wird dargestellt. Die Auswertung der experimentellen Ergebnisse zeigt einen starken Einfluß der Position der Linienquelle. Die Maximaltemperaturen werden als Funktion der Entfernung in Strömungsrichtung durch Potenzbeziehungen ausgedrückt. Es zeigt sich eine gute Übereinstimmung mit den Messungen von Shlien und Corrsin [38]. Die von Shlien und Corrsin definierte turbulente Prandtl-Zahl liegt im Bereich von 0,8 bis 1,7. Verglichen mit der üblichen turbulenten Prandtl-Zahl zeigen sich Abweichungen, wenn sich die Quelle in Wandnähe befindet. Der Lagrange'sche integrale Maßstab liegt in der gleichen Größenordnung wie der Euler'sche integrale Zeitmaßstab der vertikalen Geschwindigkeitsschwankung in einem mitbewegten Kontrollvolumen.

ДИФФУЗИЯ ОТ НАГРЕТОЙ НИТИ, РАСПОЛОЖЕННОЙ В ПОГРАНИЧНОМ СЛОЕ

Аннотация — Исследуется распределение температур в аэродинамической трубе за нагретой проволокой, расположенной в турбулентном пограничном слое. Нить помещалась последовательно на четырех расстояниях от стенки. Представлено продольное распределение средних температур. Анализ экспериментальных данных свидетельствует о существенном влиянии положения нити на диффузию. Зависимость максимальных значений температуры от расстояния вниз по потоку обобщается с помощью степенных законов. Получено хорошее согласие с экспериментальными данными, имеющимися в опубликованной работе [38], где для лагранжева турбулентного числа Прандтля получены значения между 0,8 и 1,7. При сравнении с обычно используемым числом Прандтля наблюдаются некоторые различия при расположении источника вблизи стенки. Лагранжев интегральный масштаб оказался того же порядка величины, что и эйлеров интегральный временной масштаб вертикального колебания скорости в «оптимальной» конвектированной системе отсчета.